УДК 517.938:070

С.В. Тимофеев
Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация

А.В. Баенхаева
Байкальский государственный университет,
г. Иркутск, Российская Федерация

МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОТИВОБОРСТВА В СМИ: ВАЖНЫЙ СЛУЧАЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ПАРАМЕТРОВ

Аннотация. В статье продолжено исследование построенной ранее базовой математической модели распространения в обществе новой информации. Данная модель представляет собой автономную систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений с квадратичной нелинейностью в правых частях. В пространстве параметров системы выделена важная область, представляющая интерес для приложения. Данная область исследовалась ранее, но при определенных значениях параметров появляются моменты, которые раньше не были изучены. В данной статье такое исследование проведено. С помощью качественных методов теории дифференциальных уравнений получена информация о глобальном поведении траекторий системы в интересующем случае. Дана содержательная интерпретация полученного результата.

Ключевые слова. Дифференциальные уравнения, стационарное решение системы, инвариантное множество, асимптотическая устойчивость, распространение новой информации, информационное противоборство.

Информация о статье. Дата поступления: 20 ноября 2020 г.

S.V. Timofeev
Baikal State University,
Irkutsk, the Russian Federation

A.V. Baenkhaeva
Baikal State University,
Irkutsk, the Russian Federation

A MODEL OF INFORMATION CONFRONTATION IN THE MEDIA: AN IMPORTANT CASE IN THE SPACE OF PARAMETERS

Abstract. The research examined a basic mathematical model of new information dissemination in the society. The suggested model has been described using the system of four ordinary differential equations with square nonlinearity in the right parts. We found two stationary solutions that provides quite logical interpretation for this system. Important area with interesting properties of stationary solutions was separated in the parameters' space of the system. The researchers investigated universal properties of a phase pattern of the constructed dynamic system using qualitative methods of the differential equations theory. The research found one of the possible scenarios of new information dissemination in the society.

Keywords. Differential equations, stationary solution of the system, invariant set, asymptotic stability, dissemination of new information, information confrontatione.

Article info. Received 20 November, 2020.

В [1] авторами была построена математическая модель распространения новой информации в обществе, которую можно рассматривать как модель информационного противоборства в СМИ:

$$\frac{dN}{dt} = \beta N - \gamma AN,$$

$$\frac{dC}{dt} = \alpha AN - \mu(C - C_*), \tag{1}$$

$$\frac{dA}{dt} = \rho C - \eta\gamma AN - \lambda A,$$

$$\frac{di}{dt} = \sigma N - \omega i.$$

При построении считалось, что основными факторами распространения новой информации являются следующие величины, зависящие от времени t:

$N(t)$ (от *англ.* News) — количество новостной информации (сообщения разного рода), способствующей распространению новой концепции в обществе (либо сегменте общества);

$C(t)$ (от *англ.* Censorshi*p*) — количество органов со своими информационными ресурсами в структуре общества (либо сегменте общества), заинтересованных в сохранении ранее принятых концепций;

$A(t)$ (от *англ.* Alternative view) — количество информации (сообщения разного рода), препятствующей распространению (в том числе по поручению органов цензуры) новой концепции в обществе (либо сегменте общества);

$i(t)$ (от *англ.* index) — относительная характеристика принятия новой концепции на момент времени t: $i = 1 - \frac{I^*}{I}$, где I, %, — характеристика полного принятия в обществе устоявшихся положений до начала наблюдений; I^*, %, — соответствующая характеристика принятия устоявшихся положений при распространении в СМИ новых взглядов.

Неотрицательные параметры β, γ характеризуют интенсивность распространения информации через СМИ и вероятность нейтрализации эффекта от сообщения путем изложения альтернативной точки зрения соответственно. Неотрицательный параметр a характеризует реакцию на интенсивность противоборства альтернативных точек зрения, положительный параметр μ — коэффициент, равный обратной величине времени функционирования дополнительно созданных органов (предполагается, что в социальной среде всегда используется административный ресурс в количестве C_* для поддержки своих концепций). Параметр $\rho \geq 0$ описывает среднюю скорость появления новостей из одного органа информации C, а $\eta \geq 0$ — среднее количество новостной информации A для нейтрализации эффекта от сообщения N. Параметр $\lambda > 0$ — коэффициент, обратно пропорциональный времени забывания информации A. Параметр $\sigma > 0$ характеризует темп приятия новой идеи, а $\omega \geq 0$ — коэффициентом восстановления приятия прежней концепции.

Разумеется, построенная математическая модель не описывает детально процесс распространения новой информации в обществе через СМИ. Но даже в таком обобщенном виде она связывает и систематизирует выделенные для этого действия факторы. А потому может стать полезной для исследования в целом хода информационного противоборства.

В [1], используя [2–5] классическую теорию, было показано, что система (1) обладает свойствами единственности, неограниченной продолжимости решений и их непрерывной зависимости от параметров. Кроме этого, в силу системы (1) доказана инвариантность множества

$$R_+^4 = \left\{X = (N, C, A, i) \in R^4 : N \geq 0, C \geq 0, A \geq 0, i \geq 0\right\}.$$

Найдены два стационарных решения, допускающие вполне логичную интерпретацию:

$$X_{1st} = (N_{1st}, C_{1st}, A_{1st}, i_{1st}) = (0, C_*, \frac{\rho C_*}{\lambda}, 0),$$

$$X_{2st} = (N_{2st}, C_{2st}, A_{2st}, i_{2st}),$$

где $$N_{2st} = \frac{\mu(\lambda\beta - \gamma\rho C_*)}{\beta(\alpha\rho - \mu\eta\gamma)}, C_{2st} = \frac{\alpha\lambda\beta - \eta\mu\gamma^2 C_*}{\gamma(\alpha\rho - \mu\eta\gamma)},$$

$$A_{2st} = \frac{\beta}{\gamma}, i_{2st} = \frac{\sigma\mu(\lambda\beta - \gamma\rho C_*)}{\omega\beta(\alpha\rho - \mu\eta\gamma)}.$$

Здесь X_{1st} можно определить как состояние общества, в котором доминирует определенная система взглядов. Для ее поддержки в обществе используется административный ресурс в количестве C_* с необходимым количеством информации $\frac{\rho C_*}{\lambda}$ в СМИ. X_{2st} определяется как состояние общества, в котором привычная старая и новая концепции, представленные своими долями, мирно сосуществуют. При этом относительная характеристика приятия новых представлений i_{2st} имеет положительное значение.

В пространстве параметров системы выделены две области, в которых $X_{ist} \in R_+^4, i = 1,2$, но при этом обладают существенно разными свойствами:

$$\Omega_1 : \begin{cases} \gamma\rho C_* > \lambda\beta \\ \mu\eta\gamma > \alpha\rho \end{cases}, \qquad \Omega_2 : \begin{cases} \gamma\rho C_* < \lambda\beta \\ \mu\eta\gamma < \alpha\rho \end{cases}.$$

Для каждой из этих областей, используя методы качественной теории нелинейных дифференциальных уравнений [6–9], проведено исследование глобальных свойств фазового портрета построенной динамической системы. Это дало возможность сделать прогнозы относительно возможных сценариев реакции общества на появление в СМИ новой информации.

Исследование системы (1) в области параметров Ω_2 при ba – c < 0

В данной работе будут изучены глобальные свойства решений системы (1) на нерассмотренном ранее подмножестве области параметров Ω_2.

Исследуем устойчивость стационарных решений в интересующем нас подмножестве. В [1] был проведен анализ характеристических уравнений линеаризованной системы вблизи этих решений

$$W(k) = \begin{vmatrix} -\mu - k & \alpha N_{ist} & \alpha A_{ist} & 0 \\ \rho & -\eta\gamma N_{ist} - \lambda - k & -\eta\gamma A_{ist} & 0 \\ 0 & -\gamma N_{ist} & \beta - \gamma A_{ist} - k & 0 \\ 0 & 0 & \sigma & -\omega - k \end{vmatrix} = 0.$$

Для $X_{1st} = (C_{1st}, A_{1st}, N_{1st}, i_{1st})$ имеем

$$W_1(k) = \left(\beta - \frac{\rho C_*}{\lambda} - k\right)(\lambda + k)(\mu + k)(\omega + k) = 0.$$

Для $X_{2st} = (C_{2st}, A_{2st}, N_{2st}, i_{2st})$ уравнение имеет вид:

$$W_2(k) = (\omega + k)(k^3 + ak^2 + bk + c) = 0,$$

где

$$a = \mu + \eta\gamma N_{2st} + \lambda,$$

$$b = \mu(\eta\gamma N_{2st} + \lambda) - (\alpha\rho + \eta\gamma\beta)N_{2st}, \qquad (2)$$

$$c = \beta N_{2st}(\alpha\rho - \mu\eta\gamma).$$

Как было показано, в области параметров Ω_2 стационарное решение X_{1st} системы (1) неустойчиво, а стационар X_{2st} при выполнении дополнительного условия $ba - c > 0$ асимптотически устойчиво. Данное условие обеспечивало асимптотическую устойчивость X_{2st} согласно критерию Гурвица [10].

Но как изменится в Ω_2 поведение траекторий системы (1) при $ba - c < 0$? Очевидно, что a и c в (2) положительны, а при выполнении условия $ba - c > 0$ положительной является и величина b. Но, если предположить, что $b < 0$, то условие $ba - c > 0$ нарушается и, согласно критерию Гурвица, X_{2st} является неустойчивым стационарным решением. И даже в предположении, что $b > 0$, при $ba - c < 0$ нарушается одно из условий критерия Гурвица. Из чего следует, что и в этом случае X_{2st} — также неустойчивый стационар. Структура полинома $W_2(k)$ позволяет сделать вывод, что он имеет, по крайней мере, два отрицательных вещественных корня. Поэтому нужно иметь в виду наличие сепаратрис стационара X_{2st}, гомоклинических или гетероклинических траекторий [11], которые стремятся к X_{2st} при $t \to \infty$. Объединим эти траектории в специальное множество:

$$U_{st} = \left\{X_{2st}\right\} \cup \left\{X \in R_+^4 : X(t) \to X_{2st}, t \to +\infty\right\}.$$

Теорема. *Пусть*

$$R^+ = \left\{X = (N, C, A, i) \in R_+^4 : C \geq 0, N > 0, A \geq 0, i \geq 0\right\}.$$

Тогда в области параметров Ω_2 все траектории системы (1), начинающиеся в $R^+ \setminus U_{st}$, при выполнении условия $ba - c < 0$ неограниченны.

Доказательство: Рассмотрим характеристическое уравнение стационарного решения X_{2st} после линеаризации системы (1) в его окрестности:

$$W_2(k) = (\omega + k)(k^3 + ak^2 + bk + c) = 0.$$

На основании критерия Гурвица решение X_{2st} при $ba - c < 0$ является неустойчивым для системы (1). На основании утверждения 3 [1] стационарное решение X_{1st} также является неустойчивым для этой системы.

Рассмотрим функцию Ляпунова:

$$V(X, t) = \gamma AN - \beta N - \gamma \int_0^t \dot{A}\ N\, d\tau.$$

Ее производная в силу системы (1) имеет следующий вид:

$$\dot{V}(X,t)=\gamma\dot{N}A+\gamma\dot{A}N-\beta\dot{N}-\gamma\dot{A}N=\dot{N}(\gamma A-\beta)=-(\beta-\gamma A)^2N\le 0,$$

при этом локально липшицева по X и непрерывна. Предположим теперь, что при некоторых $X_0=\left(N(0),C(0),A(0),i(0)\right)\in R^+\setminus U_{st}$ траектория $X(t, X_0)$ ограниченна. Тогда функции $V(X, t)$ ограничена снизу. Действительно, разность $\gamma AN - \beta N$ ограничена снизу. Покажем ограниченность третьего слагаемого. На множестве, где $\dot{A}>0,$ оно является положительным. На множестве, где $\dot{A}>0,$ это слагаемое оценивается так:

$$-\gamma\int_0^t\dot{A}\;N\,d\tau\ge-\gamma\int_0^t\dot{A}\;N_{\max}d\tau=-\gamma N_{\max}[A(t)-A(0)]\ge$$

$$\ge-\gamma N_{\max}A_{\max}+\gamma N_{\max}A(0).$$

Таким образом, функция $V(X, t)$ ограничена снизу. Очевидно, что и вторая производная $\ddot{V}(X,t)$ также будет ограничена снизу. На основании утверждения VIII.4.7 [12] следует, что

$$\dot{V}(X,t)\to 0\quad \text{при } t\to\infty.$$

Это означает, что траектория системы стремится к своему ω-предельному множеству

$$\Lambda^+\subset M=\left\{(N,C,A,i)\in R_+^4 : A=\frac{\beta}{\gamma}\vee N=0\right\}.$$

По свойству ω-предельных множеств для автономных систем, Λ^+ — инвариантно в силу системы (1). Но на плоскости $\mathrm{A}=\dfrac{\beta}{\gamma}$ в R^+ инвариантным в силу (1) множеством является только неустойчивая особая точка X_{2st}. А по условию теоремы траектория системы (1) не может стремиться к X_{2st} при $t\to+\infty$. Не может траектория системы (1) стремиться и к плоскости $N = 0$. Так как в этом случае на основании теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных данных [13] следует [1], что $X(t, X_0)\to X_{1st}$ при $t\to\infty$. Но этого также не может быть, потому что X_{1st} является неустойчивым стационарным решением этой системы. Получили противоречие, которое доказывает теорему.

Заключение

Интерпретируя результаты математического исследования при данном соотношении параметров системы (1) можно сделать вывод о потенциальной готовности общества принимать новые идеи и взгляды. Любое появление в СМИ иных взглядов и мнений найдет поддержку аудитории. Причем возможны три сценария:

1. Общество со временем воспримет новую концепцию, и, наряду с устоявшейся, они будут сосуществовать, представленные своими долями. Но при данном соотношении параметров это будет маловероятно.

2. В течение длительного времени с переменным успехом будет происходить информационное противоборство между устоявшейся и новой системой взглядов.

3. В течение достаточно быстрого промежутка времени общество примет новую систему взглядов. В этом случае осуществляется полная смена адресной аудиторией ранее доминирующей концепции.

Одно можно сказать с уверенностью — полного возврата к прежним установкам и системе взглядов в обществе уже не будет.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимофеев С.В. Модель распространения новой информации в обществе / С.В. Тимофеев, А.П. Суходолов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. — 2019. — Т. 12, № 4. — С. 119–134.

2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. — Москва : Наука, 1974. — 332 с.

3. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений / Н.П. Еругин. — Минск : Наука и техника, 1972. — 664 с.

4. Чезаре Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений / Л. Чезаре. — Москва : Мир, 1964. — 478 с.

5. Lakshmikantham V. Differential Equations in Abstract Spaces / V. Lakshmikantham, G.E. Ladas. — New-York : Academic Press, 1972. — 231 p.

6. Рейссиг Р. Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений / Р. Рейссиг, Г. Сансоне, Р. Конти. — Москва : Наука, 1974. — 320 с.

7. Chang H.D. Stability Regions of Nonlinear Autonomous Dynamical Systems / H.D. Chang, M.W. Hirsch, F.F. Wu // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1988. — Vol. 33, no. 1. — P. 16–27.

8. Robinson C. Dynamical Systems : Stability, Symbolic Dynamics, a. Chaos / C. Robinson. — 2. ed. — New York : CRC Press, 1995. — 506 p.

9. Tuscer W. A Rigorous ODE Solver and Smale's 14th Problem / W. Tuscer // Foundations of Computational Mathematics. — 2002. — Vol. 2, iss. 1. — P. 53–117.

10. Четаев Н.Г. Устойчивость движения / Н.Г. Четаев. — Москва : Наука, 1965. — 234 с.

11. Юмагулов М.Г. Введение в теорию динамических систем / М.Г. Юмагулов. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 272 с.

12. Руш Н. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости / Н. Руш, П. Абетс, М. Лалуа. — Москва : Мир, 1980. — 300 с.

13. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.В. Федорюк. — Москва : Наука, 1985. — 448 с.

REFERENCES

1. Timofeev S.V., Sukhodolov A.P. A Model of New Information Dissemination in the Society. *Nauchno-Tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki = St. Petersburg Polytechnic University Journal: Physics and Mathematics,* 2019, vol. 12, no. 4, pp. 119–134. (In Russian).

2. Pontryagin L.S. *Obyknovennye differentsial'nye uravneniya* [Ordinary Differential Equation]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 332 p.

3. Erugin N.P. *Kniga dlya chteniya po obshchemu kursu differentsial'nykh uravnenii* [A Book for Reading on the General Course of Differential Equations]. Minsk, Nauka i Tekhnika Publ., 1972. 664 p.

4. Cesari L. *Eroebnisse der Mathematik und Ihrer Orenzoebiete Asymptotic Behavior and Stability Problems in Ordinary Differential Equations*. Berlin, Springer-Verlag, 1959. 271 p. (Russ. ed.: Cesari L. *Asimptoticheskoe povedenie i ustoichivost' reshenii obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii*. Moscow, Mir Publ., 1964. 478 p.).

5. Lakshmikantham V., Ladas G.E. *Differential Equations in Abstract Spaces*. New-York, Academic Press, 1972. 231 p.

6. Reissig R., Sansone G., Conti R. *Qualitative Theorie Nichtlinearer Differentialgleichungen*. Roma, Edizioni Cremonese, 1963. 381 S. (Russ. ed.: Reissig R., Sansone G., Conti R. *Kachestvennaya teoriya nelineinykh differentsial'nykh uravnenii.* Moscow, Nauka Publ., 1974. 320 p.).

7. Chang H.D., Hirsch M.W., Wu F.F. Stability Regions of Nonlinear Autonomous Dynamical Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, vol. 33, no. 1, pp. 16–27.

8. Robinson C. *Dynamical Systems : Stability, Symbolic Dynamics, a. Chaos.* 2nd ed. New York, CRC Press, 1995. 506 p.

9. Tuscer W. A Rigorous ODE Solver and Smale's 14th Problem. *Foundations of Computational Mathematics,* 2002, vol. 2, iss. 1, pp. 53–117.

10. Chetaev N.G. *Ustoichivost' dvizheniya* [Stability of Motion]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 234 p.

11. Yumagulov M.G. *Vvedenie v teoriyu dinamicheskikh sistem* [Introduction to the Theory of Dynamical Systems]. Saint-Petersburg, Lan' Publ., 2015. 272 p.

12. Rouche N., Habets P., LaLoy M. *Stability Theory by Liapunov's Direct Method*. New York, Springer-Verlag, 1977. 396 p. (Russ. ed.: *Pryamoi metod Lyapunova v teorii ustoichivosti*. Moscow, Mir Publ., 1980. 300 p.).

13. Fedoryuk M.V. *Obyknovennye differentsial'nye uravneniya* [Ordinary Differential Equation]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 448 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Тимофеев Сергей Викторович — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: timofeevsv12@gmail.com.

Баенхаева Аюна Валерьевна — кандидат технических наук, ст. преподаватель, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: ayunab2000@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey V. Timofeev — Candidate in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: timofeevsv12@gmail.com.

Ayuna V. Baenkhaeva — Candidate in Technical Sciences, Senior Lecturer, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: ayunab2000@mail.ru.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Тимофеев С.В. Модель информационного противоборства в СМИ: важный случай в пространстве параметров / С.В. Тимофеев, А.В. Баенхаева // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2020. — Т. 2, № 4. — С. 44–52.

FOR CITATION

Timofeev S.V., Baenkhaeva A.V. A Model of Information Confrontation in the Media: an Important Case in the Space of Parameters. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2020, vol. 2, no. 4, pp. 44–52. (In Russian).